* 1. **Tìm các quan hệ đệ quy sau:**

(a) x(n) = x(n − 1) + 5 với n > 1, x(1) = 0

(b) x(n) = 3x(n − 1) với n > 1, x(1) = 4

(d) x(n) = x(n/2) + n với n > 1, x(1) = 1 (n = 2*k* )

* 1. **Thiết lập và giải hệ thức truy hồi của F(n) - thuật toán đệ quy tính n!.**
  2. **Xét thuật toán đệ quy tính tổng bậc 3 của n số đầu tiên:** S(n) = 13 + 23 +

· · · + n3. Algorithm S(n)

//Input: Số nguyên dương n

//Output: Tổng bậc 3 của n số đầu tiên if n = 1 return 1

else return S(n − 1) + n ∗ n ∗ n

* + 1. **Thiết lập và giải hệ thức truy hồi của S(n).**
    2. **So sánh với hàm dùng vòng lặp có chức năng tương tự( số lần thực hiện phép tính cơ bản, thời gian, không gian lưu trữ)?**

# Giải:

**1**. a. x(n) = x(n − 1) + 5 for n > 1, x(1) = 0

x(n) = x(n − 1) + 5

= [x(n − 2) + 5] + 5 = x(n − 2) + 5 · 2

= [x(n − 3) + 5] + 5 · 2 = x(n − 3) + 5 · 3

= · · ·

= x(n − i) + 5 · i

= · · ·

= x(1) + 5 · (n − 1) = 5(n − 1).

Có thể sử dụng công thức cấp số cộng dể tính số hạn n:

x(n) = x(1) + d(n − 1) = 0 + 5(n − 1) = 5(n − 1).

b. x(n) = 3x(n − 1) for n > 1, x(1) = 4

x(n) = 3x(n − 1)

= 3[3x(n − 2)] = 32x(n − 2)

= 32[3x(n − 3)] = 33x(n − 3)

= · · ·

= 3*i*x(n − i)

= · · ·

= 3*n−*1x(1) = 4 · 3*n−*1.

Có thể sử dụng công thức cấp số nhân tính số hạng n

x(n) = x(1)q*n−*1 = 4 · 3*n−*1.

x 2*k* = x 2*k−*1 + 2*k*

= x 2*k−*2 + 2*k−*1 + 2*k* = x 2*k−*2 + 2*k−*1 + 2*k*

= x 2*k−*3 + 2*k−*2 + 2*k−*1 + 2*k* = x 2*k−*3 + 2*k−*2 + 2*k−*1 + 2*k*

= · · ·

= x 2*k−i* + 2*k−i*+1 + 2*k−i*+2 + · · · + 2*k*

= · · ·

= x 2*k−k* + 21 + 22 + · · · + 2*k* = 1 + 21 + 22 + · · · + 2*k*

= 2*k*+1 − 1 = 2 · 2*k* − 1 = 2n − 1.

1. C(n) = C(n 1) + 1, C(0) = 1 (có phép gọi hàm nhưng không có phép nhân khi n = 0).

−

C(n) = C(n − 1) + 1 = [C(n − 2) + 1] + 1 = C(n − 2) + 2 = . . .

= C(n − i) + i = . . . = C(0) + n = 1 + n.

1. a. Gọi M(n) là số lượng phép nhân được thực hiện bởi thuật toán. Ta có hệ thức truy hồi như sau:

M(n) = M(n − 1) + 2, M(1) = 0.

Giải theo phương pháp thay thế ngược:

M(n) = M(n − 1) + 2

= [M(n − 2) + 2] + 2 = M(n − 2) + 2 + 2

= [M(n − 3) + 2] + 2 + 2 = M(n − 3) + 2 + 2 + 2

= · · ·

= M(n − i) + 2i

= · · ·

= M(1) + 2(n − 1) = 2(n − 1).

b.



Số lượng phép nhân của thuật toán là:

*n n*

∑ 2 = 2 Σ 1 = 2(n − 1).

*i*=2

*i*=2

số phép tính không đổi, nhưng phương pháp đệ quy tốn nhiều thời gian và không gian bộ nhớ hơn.